

RESPUESTA A LOS FERTILIZANTES: DIVERGENCIAS ENTRE LOS MODELOS CATE-NELSON Y RLM *

Mario A. Jauregui y Armando A. Llop
Estación Experimental Regional Agropecuaria Mendoza, INTA
Centro de Economía, Legislación y Administración del Agua, INCYTH

RESUMEN

Se compara el modelo discontinuo Cate-Nelson con un modelo continuo de respuesta lineal y meseta (RLM), y se discuten sus discrepancias en el establecimiento de niveles críticos de respuesta de las plantas a la fertilización.

El análisis de datos simulados y experimentales indica que con el método Cate-Nelson se obtienen niveles críticos inferiores a los estimados por el método RLM para producir rendimientos relativos máximos.

Se recomienda que el método Cate-Nelson sea al menos complementado por el RLM en los programas regionales de evaluación de fertilidad de suelos.

Palabras clave: nivel crítico, ley del mínimo.

RESPONSE TO FERTILIZERS: DIVERGENCES BETWEEN THE CATE-NELSON AND LRP MODELS

ABSTRACT

Both the discontinuous Cate-Nelson model and the linear-response and plateau (LRP) model are compared in their differences to establish critical levels of plant response to fertilizers.

The analysis of simulated as well as experimental data indicates that the Cate-Nelson model yields critical levels smaller than the ones estimated with the LRP model to produce maximum relative yields.

LRP analysis should at least complement the use of the Cate-Nelson method to assess the soil fertility status in regional programs.

Key words: critical level, law of the minimum.

* Trabajo presentado en el X Congreso Argentino y VIII Latinoamericano de la Ciencia del Suelo, Mar del Plata, 1983.

INTRODUCCION

Una de las primeras etapas de los programas regionales de evaluación de la fertilidad de los suelos es la calibración de los métodos de análisis químico para establecer niveles críticos de respuesta de los cultivos a la fertilización con uno o más nutrientes, bajo determinadas condiciones ambientales y de manejo. Esto consiste en la caracterización de la relación funcional entre el comportamiento de la planta (Y) y la estimación de niveles de disponibilidad (X) de cada nutriente analizado (Sanchez, 1976).

La relación funcional verdadera entre rendimiento y nutriente disponible es compleja (Anderson y Nelson, 1971), pero dada la dispersión considerable que se obtiene debido al error experimental, existe consenso en que su caracterización puede aproximarse razonablemente bien mediante modelos simples. En tal sentido, a continuación se presentan brevemente los modelos a ser comparados en este trabajo.

Cate y Nelson (1965) desarrollaron un método gráfico sencillo para separar dos clases de suelos: con baja y con alta probabilidad de respuesta a un determinado nutriente. El método está basado sobre el análisis no-paramétrico de asociación de Olmstead y Tukey (1947) y permite establecer un nivel crítico (X_c) que separa las dos clases de suelos. Posteriormente, los mismos autores (Cate y Nelson, 1971) elaboraron un modelo estadístico discontinuo para estimar X_c . Ambos métodos han sido ampliamente difundidos y empleados en varios países, especialmente el gráfico en los primeros años, y últimamente el estadístico, favorecido por el advenimiento de las calculadoras de bolsillo y las minicomputadoras.

El modelo estadístico puede especificarse de la siguiente forma:

$$Y = \alpha + \beta d + \epsilon \quad (\text{Ec. 1})$$

donde Y es la variable dependiente — rendimiento relativo * — α y β son parámetros del modelo y d es una variable binaria, siendo $d = 0$ cuando $X < X_c$, y $d = 1$ cuando $X \geq X_c$; ϵ es el error o disturbancia estocástica.

Nótese que $Y = \alpha + \epsilon$ cuando $X < X_c$, y que $Y = \alpha + \beta + \epsilon$ cuando $X \geq X_c$ (Fig. 1).

El procedimiento para estimar X_c es iterativo y consiste en asignarle un valor inicial y calcular el coeficiente de determinación (R^2); posteriormente esto

se repite variando sistemáticamente el valor asignado a X_c , hasta encontrar el mayor valor de R^2 .

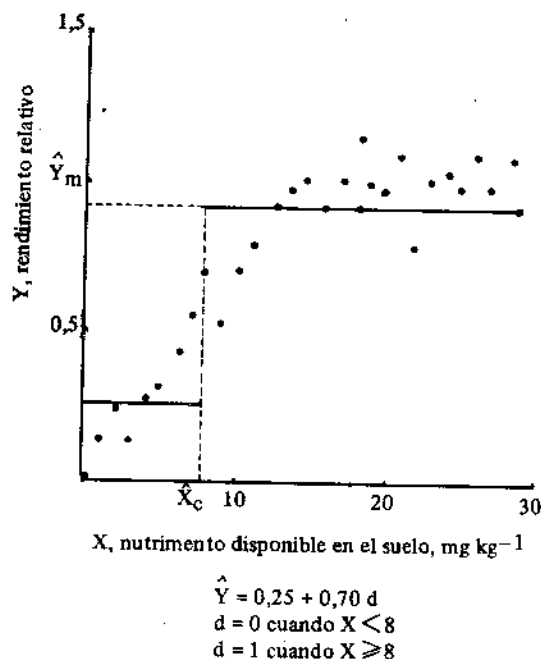


Fig. 1: Ajuste de Cate y Nelson a datos simulados.

Un modelo basado sobre la denominada ley del mínimo de Sprengel y Liebig * es el de respuesta lineal y meseta (RLM) (Waugh et al., 1973) incorrectamente considerado como un modelo discontinuo, que se especifica como:

$$Y = (\gamma_0 + \gamma_1 X) d_1 + Y_m d_2 + \epsilon \quad (\text{Ec. 2})$$

$$\gamma_0 + \gamma_1 X_p = Y_m \quad (\text{Ec. 3})$$

donde γ_0 , γ_1 , e Y_m son parámetros, X es la variable independiente (nutriente disponible en el suelo), d_1 y d_2 son variables binarias tales que $d_1 = 1$, $d_2 = 0$ cuando $X < X_p$, y $d_1 = 0$, $d_2 = 1$ cuando $X \geq X_p$, siendo X_p el valor de X cuando se alcanza la meseta de máximo rendimiento Y_m , para el complejo sermo-plasma-ambiente-manejo particular; los símbolos Y y ϵ tienen el mismo significado que en la Ec. 1.

* Los rendimientos se expresan en forma relativa para cada sitio experimental con el objeto de reducir la disturbancia ocasionada por variables externas al modelo.

* Epstein (1972) afirma que el enunciado de la ley del mínimo ha sido erróneamente atribuido a Justus von Liebig por muchos autores, incluyendo al mismo Liebig, y que el crédito debió adjudicarse a su predecesor Carl S. Sprengel.

La restricción impuesta por la Ec. 3 garantiza que la función es continua en el punto $P(\hat{X}_p, \hat{Y}_m)$

Reemplazando Y_m por la Ec. 3 en la Ec. 2 y manejando algebraicamente los términos se llega a que:

$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 Q(x) + \epsilon \quad (\text{Ec. 4})$$

donde

$$Q(x) = X d_1 + X_p d_2 \quad (\text{Ec. 5})$$

Para un valor de X_p dado, $Q(x)$ es una función de X únicamente, y la Ec. 4 corresponde a un modelo lineal simple cuyos parámetros se pueden estimar por el método de los mínimos cuadrados. X_p se obtiene de una forma similar a la usada por Cate y Nelson (1971) para encontrar el nivel crítico X_c , asignándole un valor inicial en la Ec. 5 y cambiándolo en un proceso iterativo hasta encontrar el máximo R^2 .

Presumiblemente, esta función ha sido calificada como discontinua (Waugh et al., 1973) por poseer el punto de quebradura $P(\hat{X}_p, \hat{Y}_m)$ de la Fig. 2, donde la función no es derivable pero sí continua.

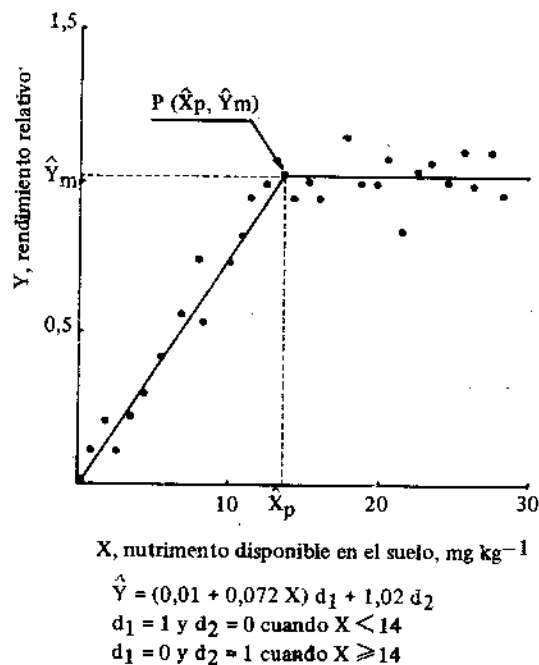


Fig. 2: Ajuste de respuesta lineal y meseta a los mismos datos simulados de la Fig. 1.

Es importante destacar que las propiedades de los estimadores α , β y $\hat{X}_c$ (Ec. 1) y $\hat{\gamma}_0$, $\hat{\gamma}_1$, $\hat{Y}_m$ y $\hat{X}_p$ (Ec. 2 y 3) no son bien conocidas.

MATERIALES Y METODOS

Simulación de datos

Una forma de estudiar el comportamiento relativo de los estimadores de los dos modelos arriba especificados puede conducirse mediante técnicas de Monte Carlo. En este trabajo se procede de la siguiente manera: en primer lugar, se supone que uno de los modelos representa la forma verdadera de respuesta. Consecuentemente, se fijan valores arbitrarios para los coeficientes del modelo en cuestión, y también se establecen supuestos respecto al comportamiento del término estocástico ϵ . En segundo lugar, sobre la base de este supuesto conocimiento del modelo verdadero, se generan tantos grupos de datos (o muestras) como se desean. Finalmente, a cada muestra simulada se le ajustan los modelos alternativos. Este tipo de análisis permite estudiar la manera en que los coeficientes estimados (particularmente los valores críticos) difieren de los verdaderos, y cuáles son las divergencias que se obtienen para cada modelo cuando el alternativo es supuesto verdadero.

TABLA 1: Datos simulados.

Modelo Cate-Nelson		Modelo RLM	
$Y = 2,5 + 2,5 d (X_c = 5)$		$Y = d_1 X + 5 d_2 (X_p = 5)$	
X	Y	X	Y
0	2,5	0	0
1	2,5	1	1
2	2,5	2	2
3	2,5	3	3
4	2,5	4	4
5	5	5	5
6	5	6	5
7	5	7	5
8	5	8	5
9	5	9	5

Para facilitar la presentación se expone el caso más simple, que supone que la varianza del error es nula ($\sigma^2 = 0$), o sea que el ajuste del modelo generador de los datos es perfecto ($R^2 = 1$). Para este caso se simuló dos grupos de datos provenientes de ambos modelos (Tabla 1). Los dos grupos de datos se analizaron con los algoritmos de Cate y Nelson (1971) y RLM ya presentados, para comparar las discrepancias en los valores de $\hat{X}_c$, $\hat{X}_p$ y R^2 .

Análisis de datos experimentales

Para comprobar los resultados obtenidos con datos simulados, se analizaron los resultados de rendimiento relativo de materia seca y contenido total de P en parte aérea de plantas de tomate vs. nivel de P edáfico extraíble (Bray 1) (Tau et al., 1982), rendimiento relativo de algodón vs. K edáfico extraíble (Freitas et al., 1966), rendimiento relativo de materia seca de plantas de tomate vs. nivel de P edáfico extraíble por el método Olsen (Barberis, 1975), y rendimiento de maíz fertilizado con 25 kg/ha de P vs. P extraíble con HCl 0,05 N + H₂SO₄ 0,025 N (Kamprath, 1967). La búsqueda de datos experimentales en la literatura encuentra con frecuencia figuras de las que no pueden recuperarse los datos base. Esto dificulta la prueba de hipótesis alternativas acerca de la forma de la función de producción, que podrían ser comparadas con la usada por los autores de cada trabajo.

dos por un modelo Cate-Nelson y analizados con la especificación correspondiente a un comportamiento RLM.

Los resultados de análisis de datos RLM simulados con varianzas no nulas, en 450 simulaciones independientes de 30 datos cada una, no presentados en este trabajo por razones de espacio, confirman la existencia de un marcado sesgo de subestimación del nivel crítico con el análisis Cate-Nelson. Esto va acompañado de coeficientes de determinación inferiores y, además, de una importante subestimación del nivel de la meseta, Ym.

El análisis de datos experimentales se resume en la Tabla 3. Con excepción de los datos de Freitas et al. (1966), que fueron utilizados por Cate y Nelson (1971) en la presentación de su procedimiento estadístico, los resultados confirman que con el análisis RLM se obtienen coeficientes de determinación superiores a los del análisis Cate-Nelson. Sin embargo, una obser-

RESULTADOS Y DISCUSION

El análisis de datos simulados, cuyos resultados se presentan en la Tabla 2, indica que el algoritmo de Cate y Nelson (1971) aplicado a datos provenientes de un comportamiento ideal o verdadero de respuesta lineal y meseta subestima el valor del nivel crítico ($\hat{X}_c < \hat{X}_p$), obteniéndose coeficientes de determinación inferiores a la unidad. También se obtienen valores de $R^2 < 1$, pero acompañados por una sobreestimación del nivel crítico, cuando los datos son genera-

TABLA 2: Niveles críticos estimados ($\hat{X}_c$ y $\hat{X}_p$) y coeficientes de determinación (R^2) con datos simulados.

Simulación	Análisis			
	Cate-Nelson		RLM	
	$\hat{X}_c$	R^2	$\hat{X}_p$	R^2
Cate-Nelson	5	1	7	0,79
RLM	3	0,82	5	1

TABLA 3: Análisis de datos experimentales.

Fuente de datos	Análisis			
	Cate-Nelson		RLM	
	$\hat{X}_c$	R^2	$\hat{X}_p$	R^2
1. Kamprath (1967), rendimiento vs. mg/kg P extraíble con HCl 0,05 N + H ₂ SO ₄ 0,025 N	3	0,70	5	0,82
2. Tau et al. (1982), rendimiento relativo vs. mg/kg P Bray 1	12	0,49	17	0,52
3. Tau et al. (1982), P en planta vs. mg/kg P Bray 1	16	0,70	51	0,75
4. Freitas et al. (1966), rendimiento relativo vs. mg/kg K extraíble	46	0,71	56	0,68
5. Barberis (1975), rendimiento relativo vs. mg/kg P Olsen	8	0,46	10	0,50

vacación de los datos de Freitas et al. (1966) sugiere que la ausencia de datos menores a 26 mg/kg de K extraíble (casi la mitad del dominio lineal, pues $\hat{X}_p = 56$) sería la causa del mejor ajuste con el método Cate-Nelson. En los cinco casos se observa que $\hat{X}_p > \hat{X}_c$.

Un inconveniente que presentan los métodos iterativos descritos para encontrar $\hat{X}_c$ y $\hat{X}_p$ es que no garantizan una solución única. En efecto, es posible que ciertas distribuciones de puntos muestrales produzcan más de un valor de $\hat{X}_c$ o $\hat{X}_p$ que correspondan a un máximo R^2 (por ejemplo, una distribución bimodal). Es aconsejable analizar la posibilidad de este tipo de situación en cada problema particular, representando gráficamente los valores de R^2 en función de $\hat{X}_c$ o $\hat{X}_p$ del proceso iterativo. Si la figura representa una montaña con un pico único definido el análisis es más confiable que si se obtienen dos o más picos. En este último caso se necesitaría una muestra mayor para una mejor definición del comportamiento de respuesta a la fertilización.

Podría argumentarse que los puntos con $\hat{X}_c < X < \hat{X}_p$ para un mismo grupo de datos son precisamente los de menor probabilidad de respuesta en la porción lineal del modelo RLM, por lo que el análisis Cate-Nelson los agrupa junto con los puntos del dominio de la meseta. El inconveniente de este criterio es que el nivel de probabilidad de respuesta y la magnitud de la respuesta no están especificados. En el ejemplo de la Tabla 2 con simulación RLM, el dominio $X_c = 3 < X < 5 = X_p$ tiene respuestas de hasta 40 por ciento, que pueden hacer rentable una fertilización si la relación de precios de producto y fertilizante es suficientemente alta.

En los programas regionales de evaluación de fertilidad del suelo, el método de Cate y Nelson (1965 y 1971) es comúnmente usado en las etapas de diagnóstico de deficiencias de nutrientes, mientras que el modelo RLM se aplica a datos de ensayos de respuestas a fertilización en etapas más avanzadas de los programas, con el objeto de establecer niveles óptimos económicos. Esto entraña una contradicción en las hipótesis mantenidas en cada caso, porque ambos modelos se refieren al comportamiento de la planta frente a niveles variables de un nutriente en el suelo, sean éstos modificados o no por la adición de fertilizante. En efecto, no hay respaldo para la suposición que las plantas tienen un comportamiento dual discontinuo o continuo, dependiendo de que la disponibilidad de un nutriente en el suelo varíe naturalmente o por la acción del hombre mediante la fertilización, respectivamente.

Una aplicación derivada de los resultados y discusiones precedentes podría ser la comparación de los ajustes de los modelos RLM y Cate-Nelson, como criterio para seleccionar métodos de análisis químico de

suelos en la evaluación de la fertilidad edáfica. Los métodos que dieran mejores ajustes con RLM serían superiores en su sensibilidad para diferenciar grados o intensidades de deficiencia.

La aplicación del método gráfico de Cate y Nelson (1965) en el caso particular de las Figs. 1 y 2 arroja un nivel crítico intermedio de 12 mg kg⁻¹, lo que podría sugerir que este método proporciona mejores estimaciones que el analítico de los mismos autores. Sin embargo, la mejor aproximación del primer método al RLM depende de la varianza del error. Únicamente cuando esta varianza es nula ambos métodos coinciden, con niveles críticos mayores que los del método Cate-Nelson estadístico. A medida que la varianza del error aumenta, el nivel crítico obtenido gráficamente disminuye y llega a tener un sesgo mayor que el del método Cate-Nelson estadístico.

CONCLUSIONES

El análisis de datos simulados y experimentales indica que usando el modelo de Cate y Nelson (1965 y 1971) para diagnóstico de alta o baja probabilidad de respuesta a fertilización pueden obtenerse niveles críticos sesgados por defecto. Esto se debería a que, por tratarse de un modelo discontinuo, no describe adecuadamente un comportamiento biológico complejo, el de la planta frente a distintos niveles de disponibilidad de un nutriente en el suelo.

Para un grupo de datos analizados con los dos métodos, los puntos con $\hat{X}_c < X < \hat{X}_p$ tienen teóricamente una probabilidad de respuesta menor a la de los puntos con $X < \hat{X}_c$. Sin embargo, los niveles de baja y alta probabilidad de respuesta propuestos por Cate y Nelson (1971) no se definen en términos estadísticos, ni se obtiene una estimación de la magnitud de la respuesta a importante en un contexto económico. El análisis Cate-Nelson utiliza un criterio puramente técnico para separar los suelos de acuerdo a esa probabilidad de respuesta no especificada. Por el contrario, el modelo RLM describe más adecuadamente el fenómeno de respuesta, dando las bases para la elaboración de ulteriores análisis dentro de un contexto económico (Lanzer y Paris, 1981).

De la misma forma que el mayor acceso a las computadoras durante la última década justificó el reemplazo del método gráfico (Cate y Nelson, 1965) por el estadístico (Cate y Nelson, 1971), se recomienda que el modelo RLM sea utilizado en los programas regionales de evaluación de fertilidad del suelo, tanto en las etapas iniciales de diagnóstico y establecimiento de niveles críticos, como en las finales de estudio de funciones de respuestas a la fertilización y su evaluación económica.

REFERENCIAS

- Anderson, R. L. and L. A. Nelson, 1971. Some problems in the estimation of single nutrient response functions. Inst. Stat. Mimeograph Series No 737, Raleigh, NC.
- Barberis, A. L., 1975. Caracterización del fósforo en suelos grumosos de la provincia de Entre Ríos y brunizem del noroeste y sud de pradera pampeana. Tesis de M. Sc., Escuela para Graduados en Ciencias Agropecuarias de la República Argentina, Castelar.
- Cate, R. B., Jr. and L. A. Nelson, 1965. A rapid method for correlation of soil test analyses with plant response data. Tech. Bull. No 1, ISFEI series, North Carolina State University, Raleigh, N.C.
- Cate, R. B., Jr. and L. A. Nelson, 1971. A simple statistical procedure for partitioning soil test correlation data into two classes. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 35: 658-659.
- Epstein, E., 1972. Mineral nutrition of plants: principles and perspectives. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Freitas, L. M. M. de; A. C. McClung and F. Pimentel Gomez, 1966. Determination of potassium deficient areas for cotton. Potash Review, May.
- Kamprath, E. J., 1967. Residual effects of large applications of phosphorus on high phosphorus fixing soils. Agron. J. 59: 25-27.
- Lanzer, E. A. and Q. Paris, 1981. A new analytical framework for the fertilization problem. Amer. J. Agr. Econ. 63: 93-103.
- Olmstead, P. S. and J. W. Tukey, 1947. A corner test for association. Ann. Mat-Stat. 18: 495-513.
- Sanchez, P. A., 1976. Properties and Management of Soils in the Tropics. John Wiley and Sons, New York.
- Tau, J. L.; E. R. Corvalán; I. R. Quiroga y M. A. Jauregui, 1982. Nivel crítico de respuesta a fertilización fosfatada, Memoria Anual de Información Técnica para Productores. Estación Experimental Agropecuaria Salta, INTA.
- Waugh, D. L.; R. B., Jr. Cate and L. A. Nelson, 1973. Discontinuous models for rapid correlation, interpretation, and utilization of soil analysis and fertilizer response data. Tech. Bull. No 7, ISFEI Series, North Carolina State University, Raleigh, N.C.