

USO DEL MODELO FRACTAL PARA CARACTERIZAR LA DISTRIBUCION DE TAMAÑO DE PARTICULAS EN SUELOS

RR FILGUEIRA¹, MG GARCÍA, MF ROGGIERO, CI CERISOLA, A ARAGÓN, GO SARLI
 Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, UNLP, Calles 60 y 119, CC 31- 1900 La Plata- tel (0221) 4236758, Email: filgueira@infovia.com.ar

¹ Investigador Científico de CONICET

Recibido 21 de junio de 2002, aceptado 4 de noviembre de 2002

THE USE OF THE FRACTAL MODEL TO CHARACTERIZE PARTICLE-SIZE DISTRIBUTION IN SOILS

The objective of this study was to characterize the particle-size distribution of a soil by means of fractal geometry using the accumulated mass fraction and the particle diameter. In order to fit the experimental data the accumulated mass and the particle diameter were related by a power law relation, as a result of considering the fragmentation process as fractal. The samples were taken from a Typic Argiudoll, near La Plata City, Buenos Aires Province, at depths ranging from 0 to 400 mm. The fit of experimental results was satisfactory, with fragmentation fractal dimensions, D , ranging from 2.403 to 2.679 and coefficients of correlation, R^2 , ranging from 0.879 to 0.999. The values obtained in the present study differ considerably from the universal parameter $D = 2.8$ suggested by other researchers. However, our results were in agreement with other studies with soils of similar clay contents. The conclusions emerged from the study confirmed that mass distribution versus particle diameter followed a power law relation, consistent with a probabilistic fractal model of fragmentation, and that the fractal dimension increased with the increasing clay content and soil depth.

key words: Particle-size Distribution, Sedimentation, Fractal, Clay Contents.

INTRODUCCION

La distribución del tamaño de las partículas es una de las propiedades físicas más importantes de los suelos. Algunos autores han usado la matemática fractal para caracterizar el tamaño de partículas en el suelo (Turcotte 1986; Tyler, Wheatcraft 1992; Wu *et al.* 1993; Bitelli *et al.* 1999).

Una de las relaciones matemáticas más conocidas para este proceso es la siguiente (Mandelbrot 1982, Turcotte 1986):

$$N(r>R) = k R^{-D} \quad (1)$$

donde $N(r>R)$ es el número de objetos por unidad de volumen que tienen un radio mayor que un valor cualquiera R , mientras que k y D son constantes. Turcotte (1986) propuso una teoría para el proceso de fragmentación de un cubo, que dividido hipotéticamente en ocho partes iguales puede fragmentarse en ocho cubos más pequeños. Cada cubo resultante puede a su vez dividirse en otros ocho, y así sucesivamente. La fragmentación del cubo tiene una probabilidad p de ocurrir, y se considera constante para todos los órdenes de tamaño. La probabilidad máxima sería $p=1$, que im-

plica una división en ocho cubos más chicos, y la mínima sería $p=1/8$, para el desprendimiento de un solo cubo de los ocho posibles. En estas condiciones se dedujo la siguiente relación (Turcotte, 1986):

$$D = \frac{\log(8p)}{\log 2} \quad (2)$$

donde D es la dimensión fractal, que puede variar entre 0 y 3, y p la probabilidad de fragmentación.

Para partículas del suelo, Tyler y Wheatcraft (1992) sugirieron otra forma de expresar la ec. (1), introduciendo la fracción de masa en vez del número de partículas. La ventaja consiste en que, experimentalmente, es más sencillo y preciso obtener fracciones de masa que número de partículas. Con esta idea la ec. (1) se transforma en (Tyler, Wheatcraft 1992):

$$M(r<R)/M_T = (R/R_{Lsup})^F \quad (3)$$

donde $M(r<R)$ es la masa de partículas de suelo con radios menores que R , M_T es la masa total de partículas con radios menores que un límite superior R_{Lsup} de validez del comporta-

miento fractal, y F es una constante. La relación entre la dimensión fractal y la constante F es: $D = 3 - F$. Para objetos naturales, como el material que forma el suelo, el radio R de las partículas que satisfacen la ec. (3) estaría confinado al intervalo $R_{Linf} < R < R_{Lsup}$, donde R_{Linf} es un límite inferior. Para este trabajo se utilizó esta ecuación.

El objetivo de este trabajo fue estudiar el comportamiento de la distribución de tamaño de partículas de un suelo, a distintas profundidades, mediante la aproximación fractal basada en la fracción de masa acumulada respecto del radio o diámetro de las partículas (Turcotte 1986).

MATERIALES Y METODOS

Las muestras de suelos estudiadas se extrajeron de un Argiudol Típico de la Estación Experimental J.J. Hirschhorn dependiente de la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales de la UNLP, situada en La Plata, provincia de Buenos Aires (Latitud: $34^{\circ} 55'$, longitud: $57^{\circ} 50'$). La textura del horizonte superficial (Ap) es franco limosa a franca y la del horizonte subsuperficial (BA) es franco arcillosa. Los porcentajes de arcilla de los mismos fueron $20,5 \pm 1,5$ (media \pm desviación estándar) en superficie y $32,8 \pm 3,9$ en profundidad. Se tomaron muestras con cilindros de 100 mm de diámetro y 400 mm de altura. Los sitios muestreados fueron cuatro; uno de ellos no disturbado desde hace al menos 20 años y los otros tres trabajados habitualmente con labranza convencional y cultivo de cereales de invierno. Estos sitios estaban unos 100 m alejados entre sí. En cada sitio se tomaron dos muestras, las cuáles se llevaron al laboratorio, se dividieron a las profundidades de 0-100 mm, 100-200 mm, 200-300 mm y 300-400 mm y se dejaron secar a la temperatura ambiente. Posteriormente, se fragmentaron y mezclaron las dos muestras de cada sitio, para la

misma profundidad, y se pasaron por un tamiz de 2 mm, para realizar el análisis textural. Este se realizó utilizando el método de sedimentación en agua, con el hidrómetro calibrado según Bouyoucos (1962). De las mezclas de muestras de suelos de las mismas características se utilizaron 50 g de para las medidas. El tratamiento previo de las muestras, para la dispersión de las partículas, fue el convencional (Gee, Bauder 1986). Los tiempos utilizados para medir la densidad de la suspensión acuosa fueron 40 s, y 2, 8, 15, 30, 60, 120, 240 y 1440 min. La determinación de las densidades según Bouyoucos fue hecha por duplicado, y se tomó el promedio de las medidas para la determinación de la dimensión fractal mediante el ajuste de una curva potencial que relacionó el diámetro de las partículas y el porcentaje acumulado que permanecía en la suspensión acuosa.

Para el cálculo de la dimensión fractal D , se determinó primero la constante F de la ec. (3) por ajuste de los datos experimentales a la curva, mediante el método de mínimos cuadrados y, posteriormente, se aplicó la relación $D = 3 - F$. Debido a las condiciones experimentales, en los casos estudiados sólo se ha podido trabajar con un rango de tamaño de partículas entre 2 y 50 μm , aproximadamente.

RESULTADOS Y DISCUSION

En la Fig. 1, se puede observar una representación típica de la fracción de masa de partículas acumulada en suspensión, obtenida en este estudio, versus el diámetro de las mismas.

En la Tabla 1 se pueden ver los valores de D obtenidos en este trabajo, luego del ajuste de los datos experimentales a una función potencial, con el correspondiente coeficiente de determinación, R^2 , para distintas profundidades. La variación de estos coeficientes, en-

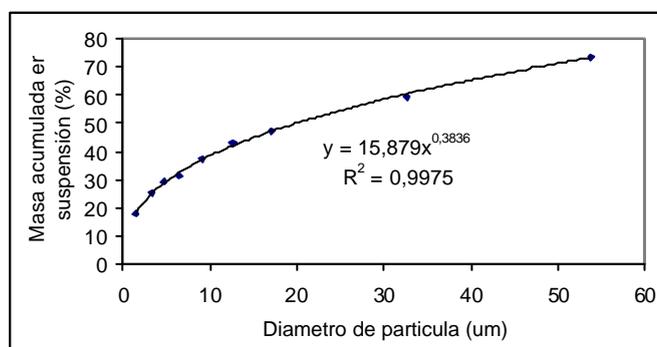


Figura 1. Masa acumulada de partículas de un suelo en función del diámetro de las mismas.
Figure 1. Accumulated mass of particles obtained from a soil versus particle diameter.

Tabla 1. Dimensiones fractales obtenidas a partir del parámetro F de la ec. (3), por ajuste de los datos experimentales de sedimentación con la función potencial, y los valores del coeficiente de correlación respectivo.

Table 1. Fractal fragmentation dimensions obtained from parameter F of eq. (3), by fitting the experimental data from particle sedimentation experiment with a power-law relation, and the correlation coefficients.

Profundidad (mm)	Sitio 1		Sitio 2		Sitio 3		Sitio 4	
	D	R ²						
0-100	2,479	0,988	2,436	0,987	2,410	0,991	2,454	0,989
100-200	2,472	0,992	2,403	0,879	2,452	0,989	2,478	0,999
200-300	2,616	0,997	2,546	0,989	2,503	0,951	2,589	0,992
300-400	2,679	0,992	2,515	0,977	2,593	0,986	2,660	0,970

Sitio 1 correspondía a una zona no disturbada por labores durante más de 20 años. Los otros sitios fueron zonas de laboreo convencional para cultivo de cereales durante más de 20 años.

tre 0,879 y 0,999 da una idea del buen ajuste logrado por el modelo utilizado.

Se observa que la dimensión fractal en la superficie, de 0 a 200 mm, toma valores entre 2,403 y 2,478, mientras que en profundidad aumenta, variando entre 2,503 y 2,616 para 200-300 mm, y entre 2,515 y 2,679 para 300-400 mm. Tanto Wu *et al* (1993) como Borkovec *et al* (1993) sugirieron un valor universal $D = 2,8 \pm 0,1$, lo cual está fuera del rango obtenido en este trabajo. Bitelli *et al* (1999) reportaron, para lo que ellos denominaron el dominio limo, valores de D en el rango 1,728 – 2,792, siendo los valores más altos correspondientes a suelos con mayor contenido de arcilla, es decir suelos que presentan una distribución de partículas más finamente particionada. Para comprender el significado de los resultados obtenidos debemos remitirnos a la ec. (2) la cuál nos da una estimación de la probabilidad de fragmentación de las partículas, para este modelo. Los valores de p calculados variaron entre 0,664 y 0,801, correspondiendo el menor a la dimensión fractal menor y el mayor a la mayor, respectivamente. Desde el punto de vista experimental, una dimensión fractal mayor significa una menor cantidad de limo en relación a la arcilla. Si tomamos logaritmos en ambos miembros de la ec. (3) nos quedará $\log(M/M_T) = (3-D) \log(R/R_{Lsup})$, donde M/M_T es proporcional al porcentaje medido experimentalmente y R/R_{Lsup} es proporcional al tamaño de la partícula. Se puede interpretar que si en la suspensión hay un gran porcentaje de arcilla, respecto del limo, este último significará una fracción menor en la coordenada de los porcentajes. Por ello, la pen-

diente de esta recta será más horizontal y (3-D) tenderá a cero. Por el contrario, con mayor porcentaje de limo, respecto de la arcilla, la situación será inversa. Como consecuencia, los valores de dimensión fractal mayores serán aquellos obtenidos de muestras con mayor contenido de arcilla. Esto se ha observado en nuestro estudio, con el aumento de la dimensión fractal con la profundidad, al igual que lo reportado por Bitelli *et al.* (1999) y Tyler y Whitecraft (1992), para muestras superficiales de suelos. En nuestro caso, se observa una marcada diferencia entre los valores determinados entre 0 y 200 mm (horizonte superficial) y aquellos entre 200 y 400 mm.

Se corrobora que la distribución de masa de partículas acumulada versus diámetro (o radio) sigue una ley potencial, consistente con el modelo fractal probabilístico de fragmentación.

La dimensión fractal de fragmentación del dominio limo creció a medida que aumentó la profundidad del suelo y, en consecuencia, con el contenido de arcilla.

El modelo fractal podría usarse en el futuro para caracterizar la granulometría de los suelos.

REFERENCIAS

- Bitelli M, Campbell GS, Flury M. 1999. Characterization of particle-size distribution in soils with a fragmentation model. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 63:782-788.
- Borkovec M, Wu Q, Degovics P, Laggner P, Sticher H. 1993. Surface area and size distributions of soil particles. *Colloids Surf. Physicochem. Eng. Aspects* 73:65-76.

- Bouyoucos G J. 1962. Hydrometer method improved for making particle size analysis of soils. *Agron. J.* 54: 464-465 .
- Gee G W, Bauder J W. 1986. Particle-size analysis. *En: A Klute (ed.) Methods of soils analysis. Part 1, 2º ed. Agron. Manag.* 9:383- 411. ASA and SSSA, Madison, WI.
- Mandelbrot B B. 1982. The fractal geometry of nature. Freeman & Co., New York Pp. 468
- Turcotte D L. 1986. Fractals and fragmentation. *J. Geophys. Res.* 91:1921-1926.
- Tyler S W, Whitecraft S W. 1992. Fractal scaling of soil particle size distributions: analysis and limitations. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 56:362-369.
- Wu Q, Borkovec M, Sticher H. 1993. On particle-size distributions in soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 57:883-890.