

APLICACION DE LA MATEMATICA FRACTAL A LA FRAGMENTACION DE UN SUELO

R R FILGUEIRA, L L FOURNIER, A PIRO, G O SARLI, A ARAGON

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, Calles 60 y 119, C.C 31, 1900 La Plata, Argentina

APPLICATION OF FRACTAL MATHEMATICS TO SOIL FRAGMENTATION

Fractal theory has been recently applied to soil physics, by means of the definition of both completely and incompletely fragmented porous media. As a consequence, two constants: D_c for a completely fragmented soil and D_i for an incomplete fragmented soil, have been defined. In the present work the theory was applied to soil samples taken from four plots from a field, and D_c and D_i were obtained. Our results confirm the possibility of this application, showing both, D and D_i , a reasonable response in relation to soil texture and organic matter content of the samples.

Keywords: Fractal analysis - Soils - Fragmented - Porous media

INTRODUCCION

El análisis fractal (Mandelbrot 1983), que está basado en la autosimilitud, según la cual la forma de la estructura no depende de la escala de observación, ha sido aplicado al suelo recientemente. La distribución de porosidad y de tamaño de partícula en el suelo permite la representación fractal del mismo, siendo la dimensión fractal un indicador de la fragmentación del suelo y, consecuentemente, de su estructura. Rieu y Sposito (1991a) desarrollaron un modelo matemático donde aparecen dos dimensiones fractales para el sistema suelo, basados en el grado de fragmentación del mismo. Estas son D_i , la dimensión fractal de un suelo fragmentado en forma incompleta, y D_c , la dimensión fractal de un suelo completamente fragmentado. En el caso de la fragmentación incompleta hay puentes entre los agregados, que mantienen los mismos juntos. La dimensión fractal D_i estaría directamente relacionada con la porosidad del medio real. La fragmentación completa de un suelo, por otro lado, significa que éste ha sido transformado en una colección de agregados no conectados; por ejemplo, un suelo tratado con tamices (Rieu, Sposito 1991a). En este caso, la dimensión fractal D llevaría implícita la porosidad real del medio, más una porosidad adicional proveniente de la destrucción de los puentes.

La dimensión fractal en suelos es esperable que sea menor que tres, puesto que un volumen sólido tendría una dimensión tres. De acuerdo con esta teoría, se debe cumplir que $D < D_i < 3$ y la diferencia $D_i - D$ daría cuenta de la magnitud de los puentes rotos entre los agregados al completarse la fragmentación. El objetivo de este estudio

fue cuantificar la fragmentación de la capa arable de cuatro zonas de un predio utilizado para experimentos, y aplicar el análisis fractal para obtener indicadores del estado de la estructura del suelo.

MATERIALES Y METODOS

El estudio se llevó a cabo en la Estación Experimental de la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales de la Universidad Nacional de La Plata, situada a 34°54' de latitud sur y 57°57' de longitud oeste, sobre el cinturón verde de la ciudad de La Plata, capital de la Provincia de Buenos Aires, Argentina. El clima es templado húmedo, con lluvias anuales del orden de los 1.000 mm. Las características del relieve y los suelos determinan la ocurrencia de excesos hídricos invernales y de sequías estivales leves pero frecuentes. Los suelos predominantes son de alta productividad natural aunque, estando sometidos a un uso intensivo, muestran una paulatina degradación física. El suelo que se utilizó fue un Argiudol ácuico del que se extrajeron muestras, durante junio de 1994, del horizonte superficial (0-150 mm) en dos condiciones: pradera (P), sin laboreo durante 20 años, presentaba una cobertura herbácea del 100%, en la que predominaban géneros graminiformes espontáneos tales como, *Cynodon*, *Lolium*, *Bromus*, *Stipa*, *Setaria*, etc. y, el mismo suelo sometido a labranza convencional (LC) y cultivo continuo durante 20 años de cereales de grano fino de ciclo invernal, principalmente trigo y avena. Este último se encontraba sin cobertura vegetal en el momento del muestreo, habiendo sido objeto de labores de refinamiento propias de la preparación de cama de siembra convencional. Se tomaron muestras de suelo, por triplicado en cada zona, cuatro zonas en total, con cilindros de acero de 72 mm de diámetro interno y 82 mm de altura. Después de secadas al aire a temperatura de unos 25 °C, los agregados fueron separados por medio de una torre de tamices (16 - 8 - 4 - 2 - 1 - 0,5 - 0,25 mm) sometida a vibración mecánica. La cantidad de suelo retenida en cada tamiz fue pesada y su densidad aparente determinada por el método de Chepil (1950). El contenido de materia orgánica se determinó por el método de Walkley (1947). La textura se

determinó por el método de Bouyoucos (1962). Una cantidad proporcional al número de agregados retenidos en cada tamiz, $N(d_i)$, fue calculada utilizando la siguiente ecuación (Rieu, Sposito 1991b):

$$N(d_i) = M(d_i)/d_i^3 \sigma_i \quad (i=0, 1, \dots) \quad [1]$$

donde $M(d_i)$, d_i y σ_i son la masa, el diámetro medio y la densidad aparente de cada fracción retenida, respectivamente.

El subíndice 0 corresponde a la fracción de tamaño mayor. La estimación de la dimensión fractal D se hizo a partir de la pendiente de la recta de regresión, en una representación de $\log N(d_i)$ versus $\log(d_i)$, de la ecuación [2] (Rieu, Sposito 1991b).

$$N(d_i) = A(r) d_i^{-D} \quad [2]$$

donde $N(d_i)$ es el número de agregados acumulados en las fracciones (comenzando desde la fracción más grande), $A(r)$ es un parámetro que depende del factor de similitud, y es constante para cada suelo, y d_i es el diámetro medio de la fracción correspondiente. La determinación de la dimensión fractal D_i se hizo a partir de la pendiente de la recta de regresión de $\log(s_i/s_0)$ versus $\log(d_i/d_0)$, de la ecuación [3] (Rieu, Sposito 1991b).

$$(\sigma_i/\sigma_0) = (d_i/d_0)^{D_i-3} \quad (i=0, 1, \dots) \quad [3]$$

Aquí σ_i es la densidad aparente de las distintas fracciones de agregados y σ_0 es aquella de la fracción de mayor diámetro, mientras que d_i y d_0 son los diámetros medios respectivos.

Para el tratamiento estadístico de los datos experimentales se utilizó el programa Statgraphics.

RESULTADOS Y DISCUSION

En la Tabla 1 se pueden ver las características texturales y contenido de materia orgánica de las muestras del suelo estudiado (promedio de dos medidas). En la Tabla 2 se pueden ver los valores de las dimensiones fractales obtenidas en este trabajo.

De acuerdo con la teoría, D_i llevaría implícita la porosidad del suelo antes del proceso de tamizado. Un medio sólido, no fragmentado y sin porosidad, tendría un $D_i = 3$ mientras que la progresiva adición de porosidad o fragmentación haría decrecer este parámetro. La D_i , por su parte, llevaría implícita la porosidad original del material más una porosidad adicional obtenida al completarse la fragmentación. Por definición, cuando D tiende a tres, la porosidad de todas las fracciones se hace más pequeña, correspondiendo a una porosidad más

Tabla 1. Datos texturales y contenido de materia orgánica de las zonas estudiadas. Media $\pm$ desviación estándar.

Muestra	Materia orgánica	Arcilla (%)	Limo	Arena
P1	5,60 $\pm$ 0,05 ^a	22,8 $\pm$ 1,2 ^a	36,8 $\pm$ 1,2 ^a	40,4 $\pm$ 0,4 ^a
P2	5,20 $\pm$ 0,01 ^b	30,5 $\pm$ 0,5 ^b	34,5 $\pm$ 0,5 ^a	35,0 $\pm$ 0,3 ^b
LC1	3,40 $\pm$ 0,02 ^c	21,0 $\pm$ 1,0 ^a	45,1 $\pm$ 0,5 ^b	33,3 $\pm$ 1,5 ^b
LC2	3,10 $\pm$ 0,06 ^d	22,9 $\pm$ 0,8 ^a	43,2 $\pm$ 0,8 ^b	33,9 $\pm$ 0,5 ^b

P1: suelo de pradera, zona 1. P2: suelo de pradera, zona 2. LC1: labranza convencional durante 20 años, zona 1. LC2: labranza convencional durante 20 años, zona 2. Los valores seguidos por la misma letra, dentro de una columna, no son significativamente diferentes ($P > 0,05$ Tukey).

Tabla 2. Valores de la dimensión fractal de muestras de cuatro zonas de un suelo de La Plata. Media $\pm$ desviación estándar.

Suelo	D	D_i	$D_i - D$
P1	2,303 $\pm$ 0,026 ^a	2,919 $\pm$ 0,004 ^a	0,616 $\pm$ 0,030 ^a
P2	2,021 $\pm$ 0,042 ^b	2,941 $\pm$ 0,001 ^{ab}	0,920 $\pm$ 0,043 ^b
LC1	2,465 $\pm$ 0,015 ^c	2,950 $\pm$ 0,009 ^b	0,485 $\pm$ 0,024 ^c
LC2	2,557 $\pm$ 0,016 ^d	2,955 $\pm$ 0,005 ^b	0,398 $\pm$ 0,021 ^d

P1: suelo de pradera, zona 1; P2: suelo de pradera, zona 2; LC1: labranza convencional durante 20 años, zona 1; LC2: labranza convencional durante 20 años, zona 2; Los valores seguidos por la misma letra, dentro de una columna, no son significativamente diferentes ($P > 0,05$ Tukey).

finamente particionada. Por el contrario, valores de D que se alejan de tres implican una porosidad más gruesa de las fracciones. Como ya mencionáramos, en el marco de esta teoría se debe cumplir que $D < D_r < 3$, hecho que se verifica en nuestros resultados experimentales (Tabla 2).

En las Tablas 1 y 2 se observa que, exceptuando P2, el contenido de materia orgánica se relaciona de manera inversa con la dimensión fractal D . Los valores de D_r muestran diferencias significativas de P1 respecto de LC1 y LC2. Esto se relaciona con una mayor porosidad de las fracciones correspondientes a la muestra P1.

La diferencia $D_r - D$ para cada tratamiento sería un indicador del estado relativo de fragmentación de los materiales estudiados (mayor diferencia: más incompleta es la fragmentación del suelo original). En nuestro caso, se observa un orden decreciente $P2 > P1 > LC1 > LC2$ de esta diferencia. De la definición de D_r y D se puede inferir que la misma está directamente vinculada con los puentes que unen los agregados entre sí, en la estructura del medio poroso real. Por lo tanto P2 sería la muestra de suelo más estructurada, mientras que LC2 la menos estructurada. Esta interpretación sería coherente respecto de los contenidos relativos de materia orgánica y arcilla de cada una de las muestras (Tabla 1), así como de la intensidad de uso de los suelos muestreados. En particular, P2 tiene, respecto a P1, un contenido de materia orgánica menor pero un porcentaje de arcilla mayor. La mayor estructuración de P2 se debería a que la arcilla es una sustancia muy importante en el proceso

de agregación y determinante de la distribución de poros, por lo que también se justificaría el valor relativo más bajo de D y más alto de D_r .

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de Argentina por el apoyo económico (PID 335990092).

REFERENCIAS

- Bouyoucos G.J. 1962. Hydrometer method improved for making particle size analysis of soils. *Agron. J.* 54:464-465
- Chepil W.S. 1950. Methods of estimating apparent density of discrete soil grains and aggregates. *Soil Sci.* 70:351-362
- Mandelbrot B.B. 1983. *The fractal geometry of nature*. W.H. Freeman, NY. 468 pp
- Rieu M., Sposito G. 1991a. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55:1231-1238
- Rieu M., Sposito G. 1991b. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: II. Applications. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55:1239-1244
- Walkley A. 1947. A critical examination of a rapid method for determining organic carbon on soils. Effect of variations in digestion conditions and of inorganic soil constituents. *Soil Sci.* 63:251-264